

# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.7.11  
草 雲

## 0-1 はじめに

フランス生まれの哲学者ルネ・デカルト (1596-1650) は、「近代哲学の祖」として知られています。有名な命題「我思う、ゆえに我あり」を唱えた人です。また、デカルトは数学者でもあり、座標や微積分などを発明しています。

デカルトは、図形と方程式を結び付けました (解析幾何)。

例えば、 $x y$  座標平面上で、放物線 (図形) は、 $y = a x^2 + b x + c$  (方程式) の表す図形であることを、高校の数学で学習します。同様に、直線 (図形) は、 $y = a x + b$  (方程式) の表す図形であり、円 (図形) は、 $x^2 + y^2 = c^2$  (方程式) の表す図形であることも学習します。更に、 $x y z$  座標空間において、球面 (図形) は、 $x^2 + y^2 + z^2 = c^2$  (方程式) の表す図形であることも学習します。

それでは、方程式  $(x^2 + y^2)^4 - (x^2 - y^2)^2 = 0$  が表す図形は何でしょうか。これに答えてくれるのがフリーソフト「Maxima」なのです。右図がその答えです。半径1の円に内接する四つ葉のクローバーになります。

「Maxima」に、半径1の円の方程式  $x^2 + y^2 = 1$  と方程式  $(x^2 + y^2)^4 - (x^2 - y^2)^2 = 0$  を入力して、描いています。

ところで、方程式  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  の表す図形は、半径1の球面でしたね。では、球面の方程式の+を一変えた方程式  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  の表す図形は、何でしょうか。

また、方程式  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$  の表す図形は、何でしょうか。

これらの疑問に答えてくれるのも「Maxima」です。

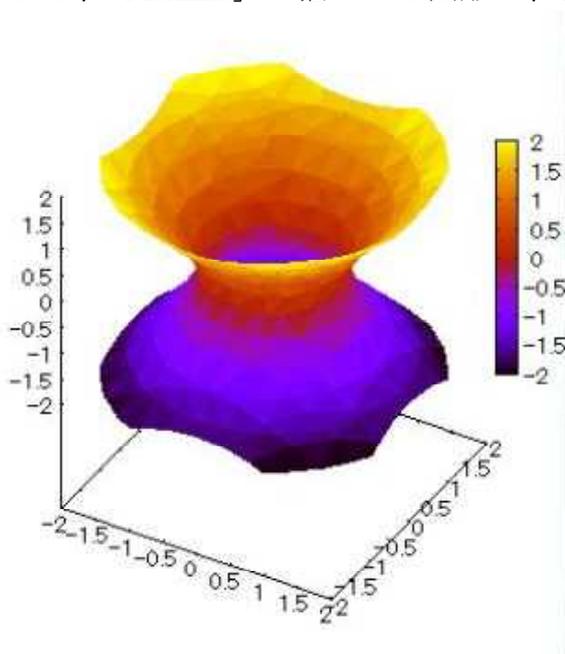
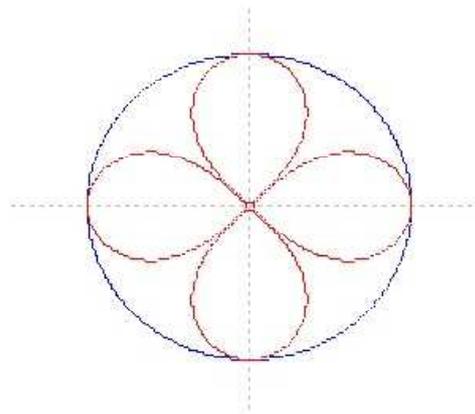
「Maxima」に、方程式  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  と方程式  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$  をそれぞれ入力して描かせたものが下図になります。

このように、様々な方程式を「Maxima」に入力して描かせてみました。

また、「Maxima」に描かせた図形は、色々な方向から観察することができます。

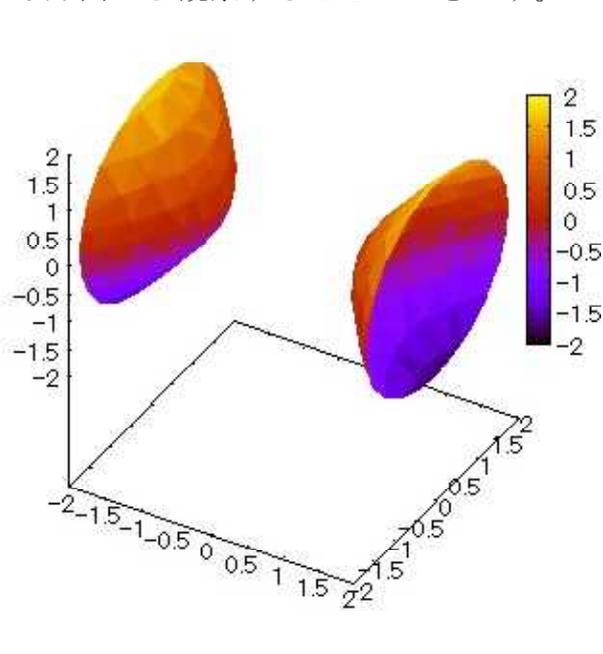


ルネ・デカルト



$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

$$(-2 \leq x \leq 2) (-2 \leq y \leq 2) (-2 \leq z \leq 2)$$



$$x^2 - y^2 - z^2 = 1$$

$$(-2 \leq x \leq 2) (-2 \leq y \leq 2) (-2 \leq z \leq 2)$$

# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.26  
草雲

## 1-1 3次元陰関数

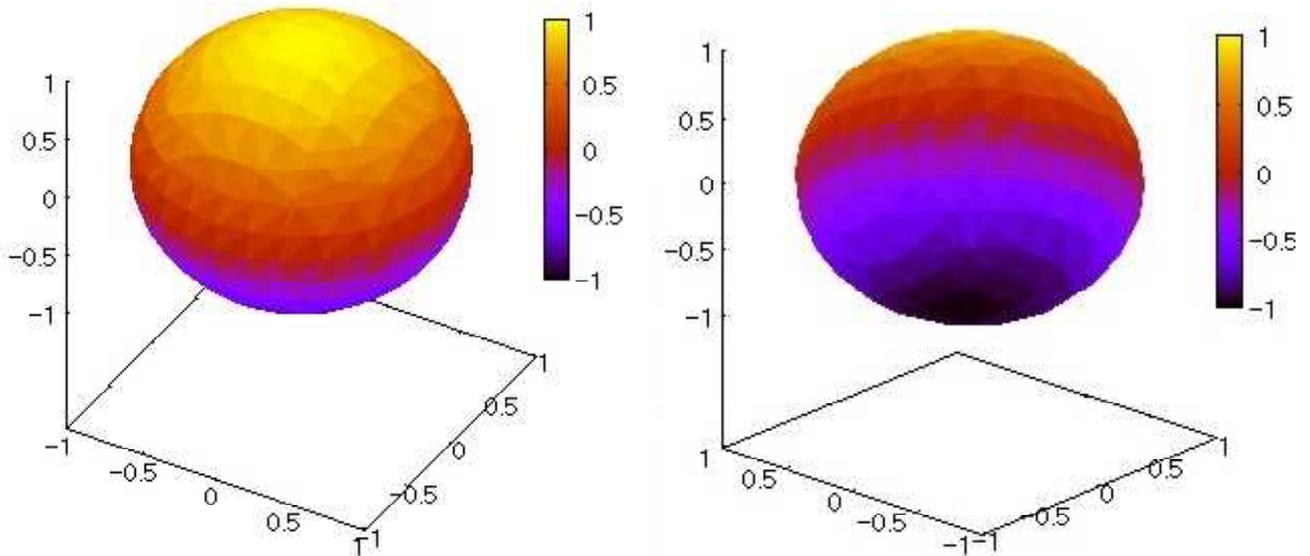
(1) 関数式

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad (-1 \leq x \leq 1) \quad (-1 \leq y \leq 1) \quad (-1 \leq z \leq 1)$$

(2) 入力式

```
draw3d(enhanced3d=true,implicit(x^2+y^2+z^2=1,x,-1,1,y,-1,1,z,-1,1));
```

(3) 描画結果 [球面]



## 1-2 3次元陰関数

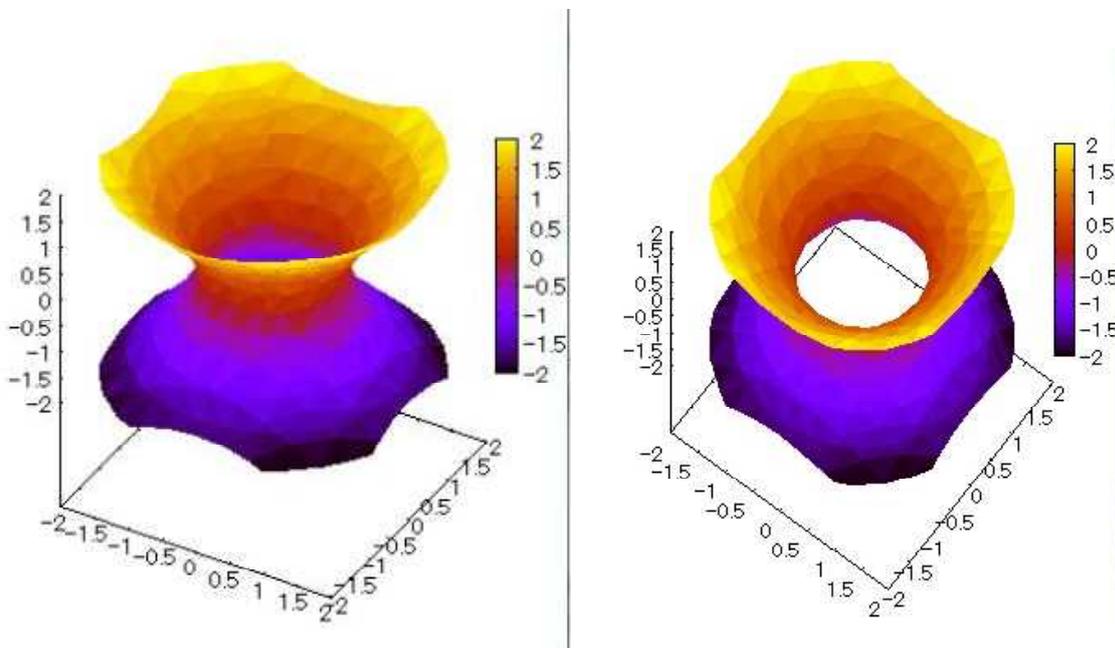
(1) 関数式

$$x^2 + y^2 - z^2 = 1 \quad (-2 \leq x \leq 2) \quad (-2 \leq y \leq 2) \quad (-2 \leq z \leq 2)$$

(2) 入力式

```
draw3d(enhanced3d=true,implicit(x^2+y^2-z^2=1,x,-2,2,y,-2,2,z,-2,2));
```

(3) 描画結果 [中空き鼓]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.27  
草 雲

## 1-3 3次元陰関数

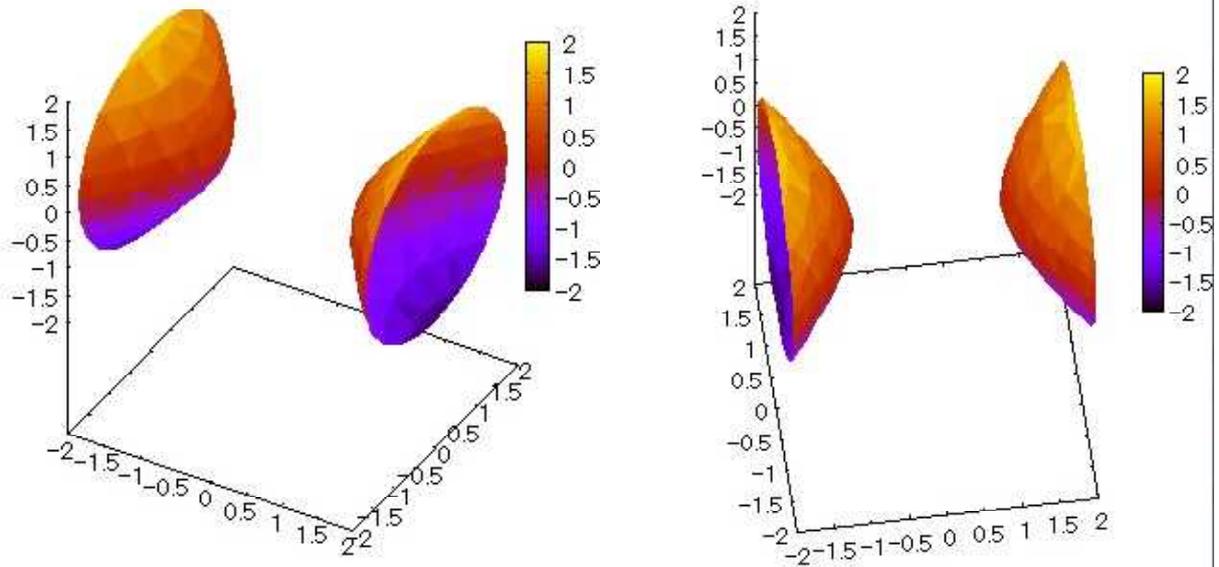
(1) 関数式

$$x^2 - y^2 - z^2 = 1 \quad (-2 \leq x \leq 2) \quad (-2 \leq y \leq 2) \quad (-2 \leq z \leq 2)$$

(2) 入力式

```
draw3d(enhanced3d=true,implicit(x^2-y^2-z^2=1,x,-2,2,y,-2,2,z,-2,2));
```

(3) 描画結果 [背向かいの2つのお椀]



## 1-4 3次元陰関数

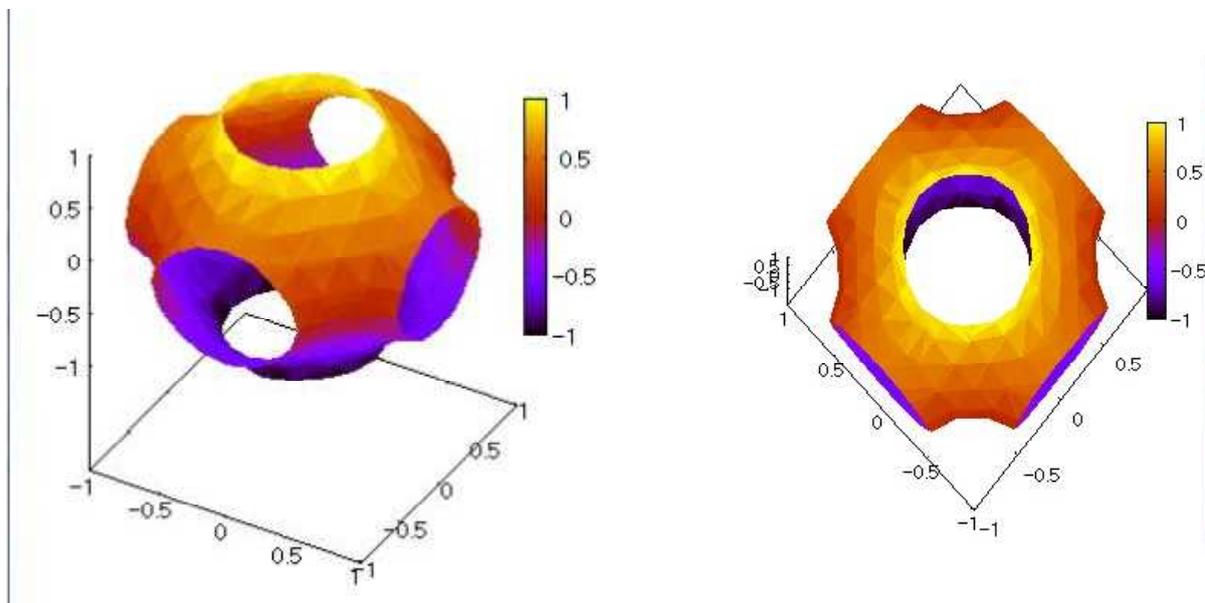
(1) 関数式

$$(x^2 - 1)^2 + (y^2 - 1)^2 + (z^2 - 1)^2 = 1.5 \quad (-1 \leq x \leq 1) \quad (-1 \leq y \leq 1) \quad (-1 \leq z \leq 1)$$

(2) 入力式

```
draw3d(enhanced3d=true,implicit((x^2-1)^2+(y^2-1)^2+(z^2-1)^2=1.5,x,-1,1,y,-1,1,z,-1,1));
```

(3) 描画結果 [下水管継ぎ目]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.27  
草 雲

## 1-5 3次元陰関数

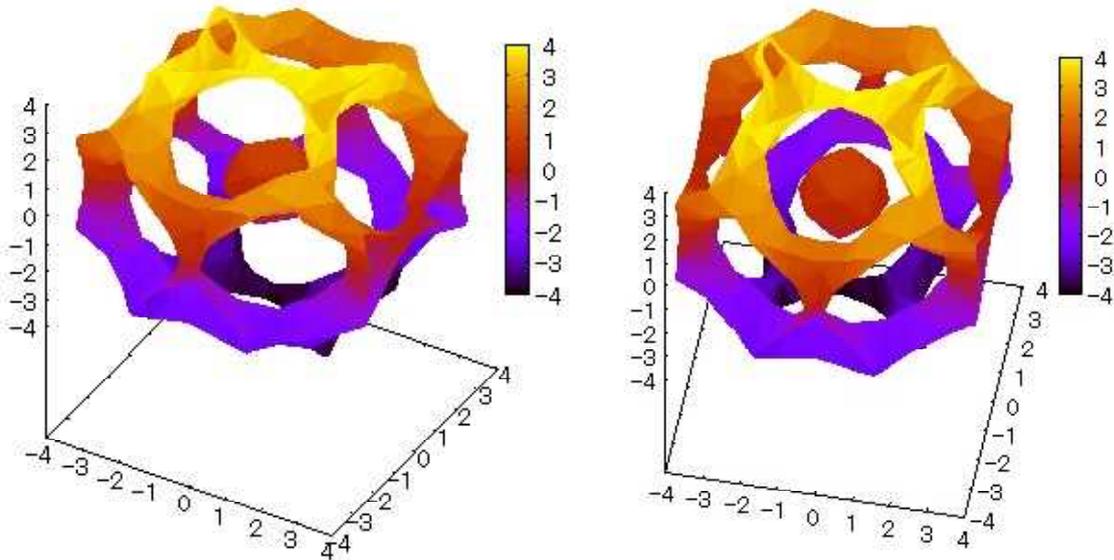
(1) 関数式

$$\cos(x+\phi y)+\cos(x-\phi y)+\cos(y+\phi z)+\cos(y-\phi z)+\cos(z+\phi x)+\cos(z-\phi x)=2 \quad (\phi : \text{黄金比})$$

(2) 入力式

```
draw3d(enhanced3d=true,implicit(cos(x+%phi*y)+cos(x-%phi*y)+cos(y+%phi*z)+cos(y-%phi*z)  
+cos(z+%phi*x)+cos(z-%phi*x)=2,x,-4,4,y,-4,4,z,-4,4));
```

(3) 描画結果 [中心に核をもつ細胞]



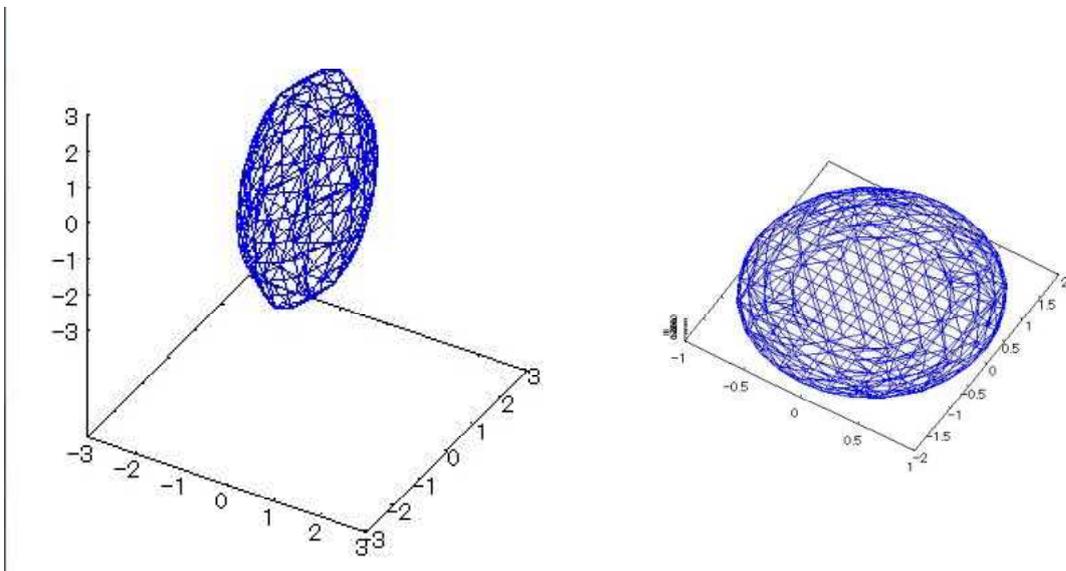
## 1-6 3次元陰関数

(1) 関数式  $\frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$

(2) 入力式

```
draw3d(implicit(x^2/1^2+y^2/2^2+z^2/3^2=1,x,-3,3,y,-3,3,z,-3,3));
```

(3) 描画結果 [楕円面]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.28  
草雲

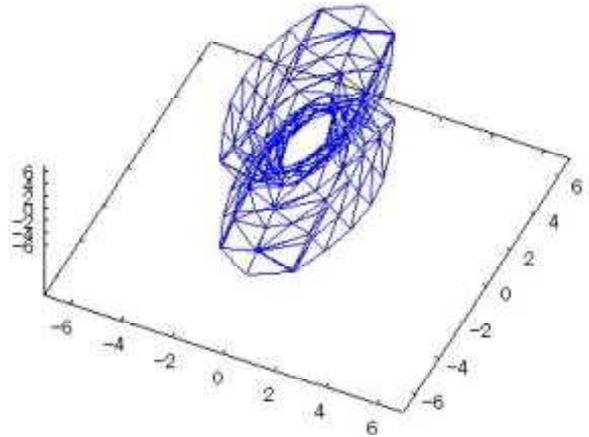
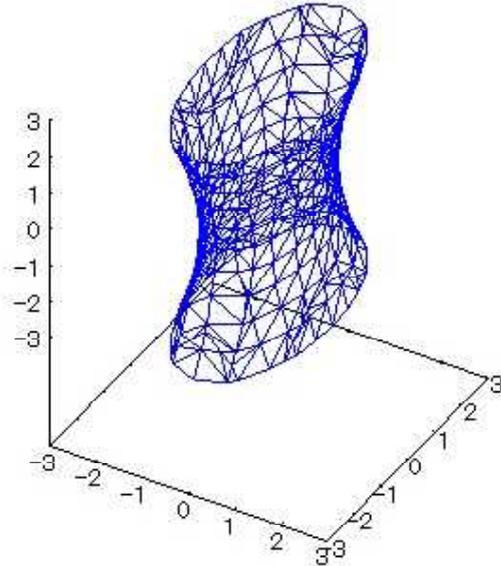
## 1-7 3次元陰関数

(1) 関数式  $\frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} - \frac{z^2}{3^2} = 1$

(2) 入力式

```
draw3d(implicit(x^2/1^2+y^2/2^2-z^2/3^2=1,x,-3,3,y,-3,3,z,-3,3));
```

(3) 描画結果 [一葉双曲線]



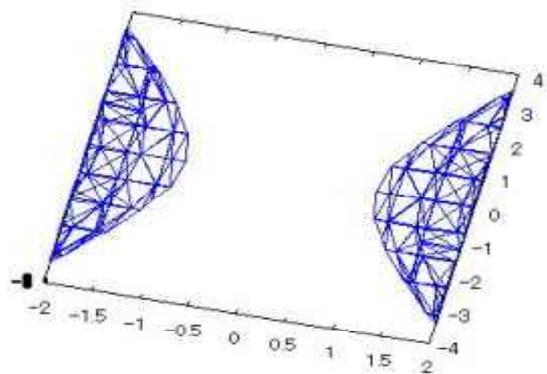
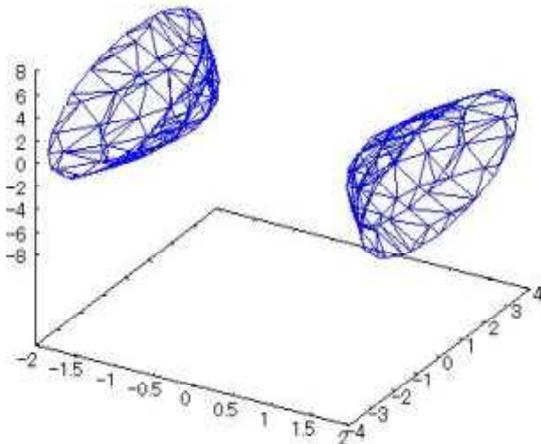
## 1-8 3次元陰関数

(1) 関数式  $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{2^2} - \frac{z^2}{3^2} = 1$

(2) 入力式

```
draw3d(implicit(x^2/1^2-y^2/2^2-z^2/3^2=1,x,-3,3,y,-3,3,z,-3,3));
```

(3) 描画結果 [二葉双曲面]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.28  
草雲

## 2-1 3次元陽関数

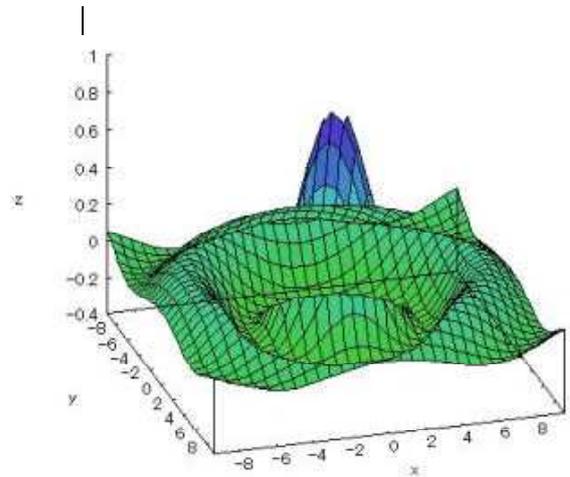
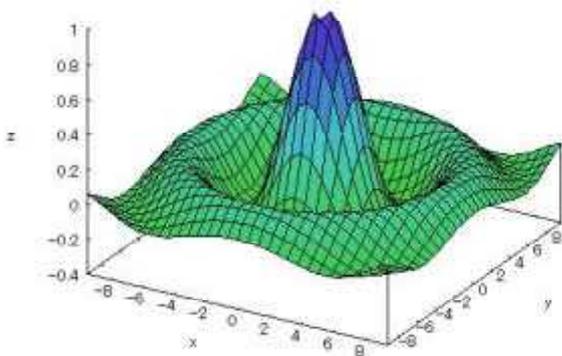
(1) 関数式

$$z = \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (-3\pi \leq x \leq 3\pi) \quad (-3\pi \leq y \leq 3\pi)$$

(2) 入力式

```
plot3d(sin(sqrt(x^2+y^2))/sqrt(x^2+y^2),[x,-3*%pi,3*%pi],[y,-3*%pi,3*%pi],  
,[plot_format,gnuplot],[grid,50,50]);
```

(3) 描画結果 [メキシカンハット]



## 2-2 3次元陽関数

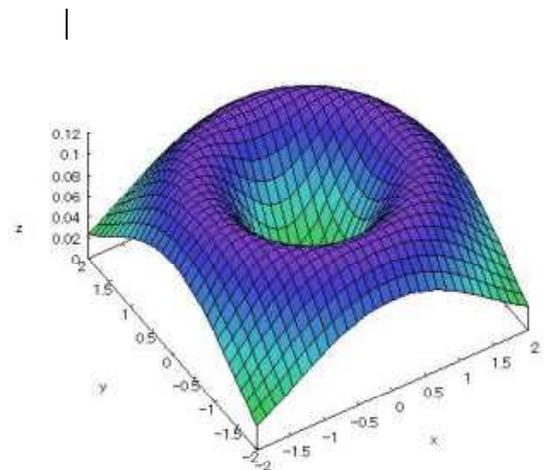
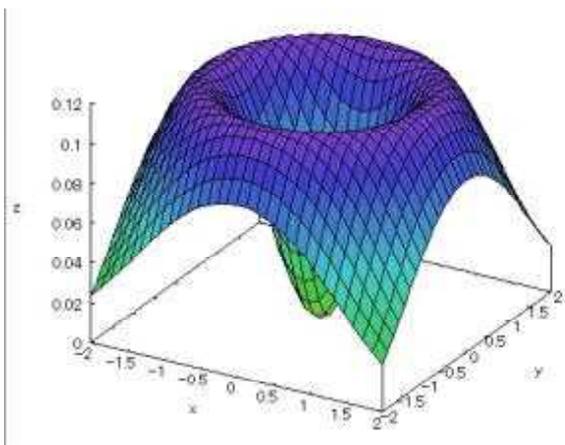
(1) 関数式

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2\pi} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2}} \quad (-2 \leq x \leq 2) \quad (-2 \leq y \leq 2)$$

(2) 入力式

```
plot3d(exp(-(x^2+y^2)/2)*(x^2+y^2)/(2*%pi),[x,-2,2],[y,-2,2],  
,[plot_format,gnuplot],[grid,50,50]);
```

(3) 描画結果 [カルデラ]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.29  
草雲

## 2-3 3次元陽関数

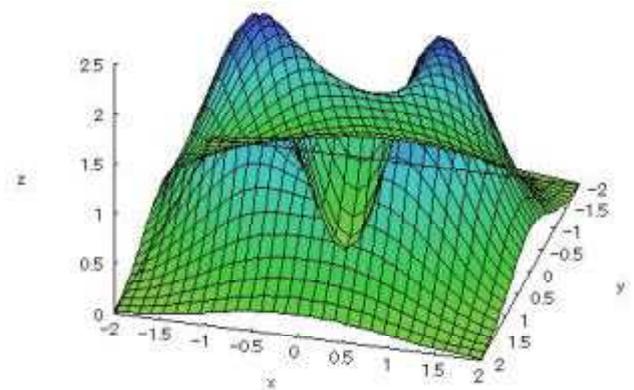
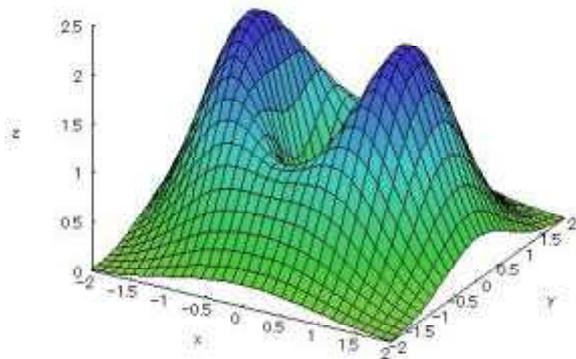
(1) 関数式

$$z = 3(2x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)} \quad (-2 \leq x \leq 2) \quad (-2 \leq y \leq 2)$$

(2) 入力式

```
plot3d(3*exp(-(x^2+y^2))*(2*x^2+y^2),[x,-2,2],[y,-2,2],  
,[plot_format,gnuplot],[grid,50,50]);
```

(3) 描画結果 [少し陥没した鞍]



## 2-4 3次元陽関数

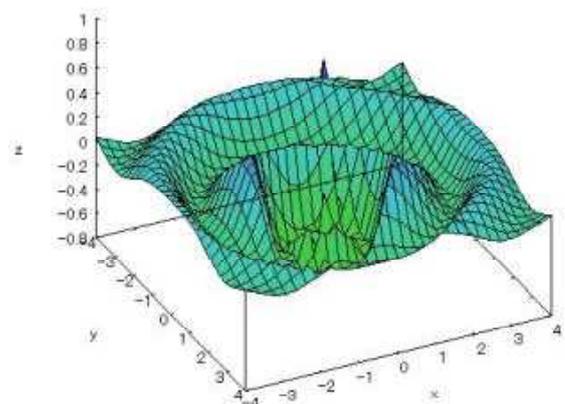
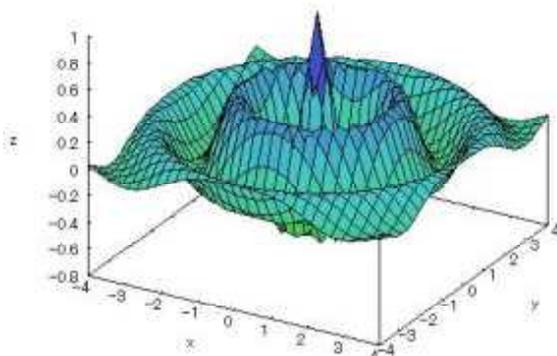
(1) 関数式

$$e^{-\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}} \cos(\pi \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (-4 \leq x \leq 4) \quad (-4 \leq y \leq 4)$$

(2) 入力式

```
plot3d(exp(-sqrt(x^2+y^2)/2)*cos(%pi*sqrt(x^2+y^2)),[x,-4,4],[y,-4,4]);
```

(3) 描画結果 [メキシカンハット2]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.6.29  
草雲

## 2-5 3次元陽関数

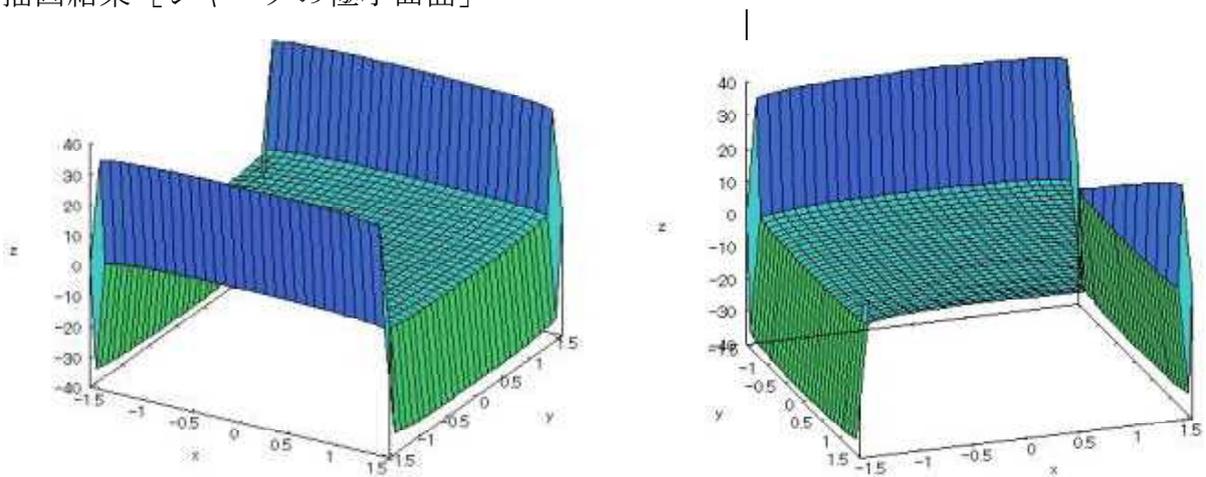
(1) 関数式

$$z = \log\left(\frac{\cos x}{\cos y}\right) \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right)$$

(2) 入力式

```
plot3d(log(cos(x)/cos(y)), [x, -%pi/2, %pi/2], [y, -%pi/2, %pi/2]);
```

(3) 描画結果 [シャークの極小曲面]



## 2-6 3次元陽関数

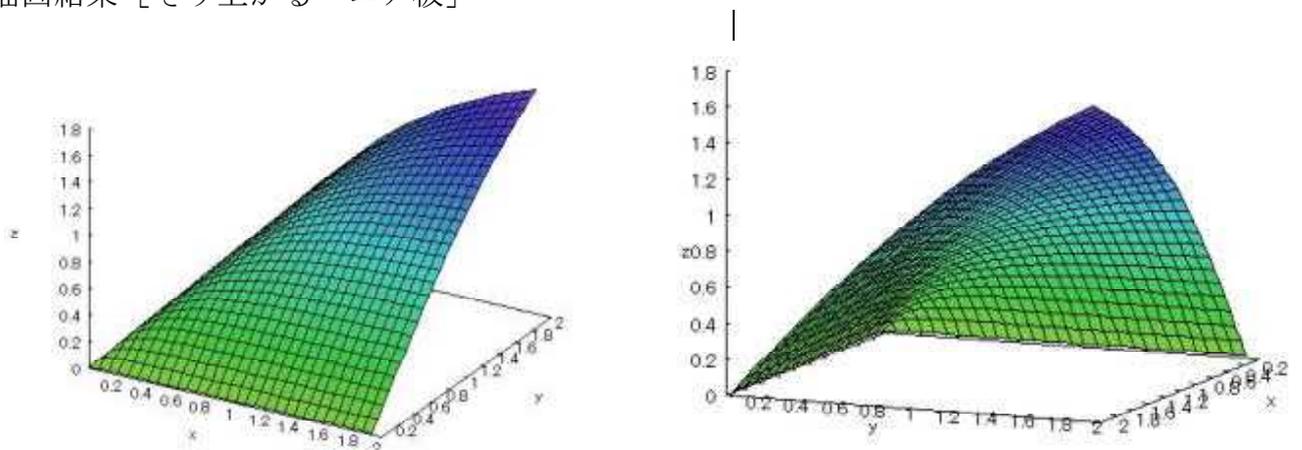
(1) 関数式

$$z = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2}{x^2} + \frac{3}{y^2}}} \quad (0 < x \leq 2) \quad (0 < y \leq 2)$$

(2) 入力式

```
u(a,x,y,p,q,r):=a*(p*x^(-r)+q*y^(-r))^(1/r);  
plot3d(u(2,x,y,2,3,2), [x, 0.01, 2], [y, 0.01, 2]);
```

(3) 描画結果 [そり上がるベニア板]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.7.1  
草雲

## 2-7 3次元陽関数

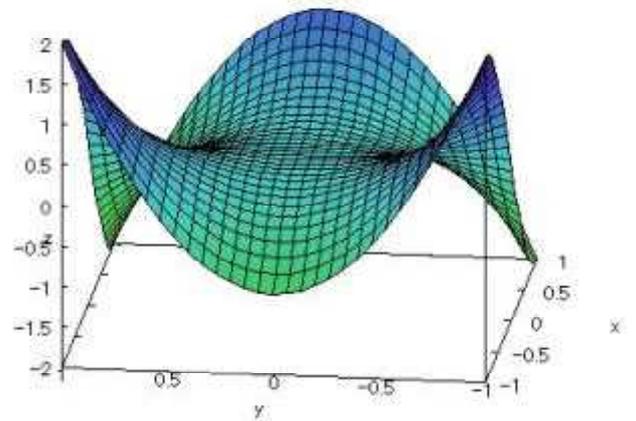
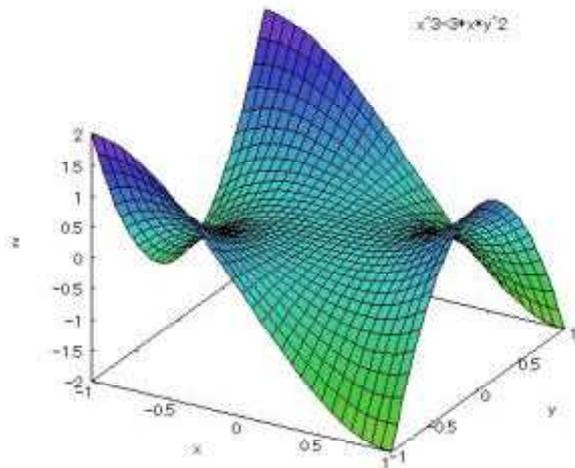
(1) 関数式

$$z = x^3 - 3xy^2 \quad (-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1)$$

(2) 入力式

```
plot3d(x^3-3*x*y^2),[x,-1,1],[y,-1,1];
```

(3) 描画結果 [空飛ぶジュータン]



## 2-8 3次元陽関数

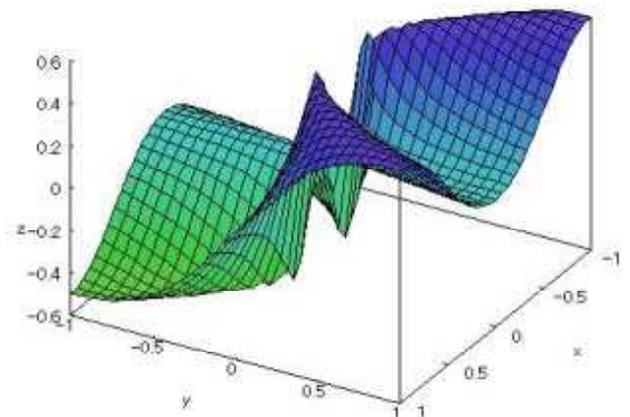
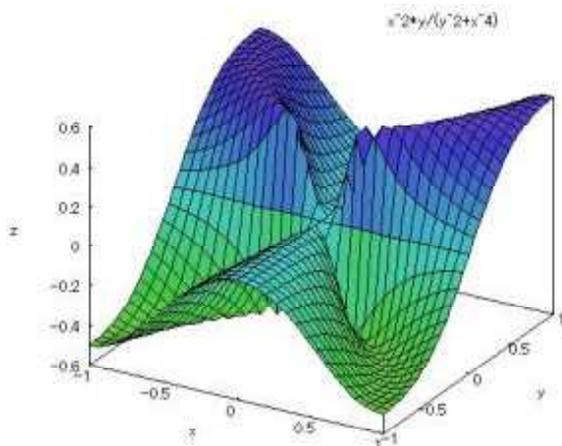
(1) 関数式

$$z = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

(2) 入力式

```
plot3d((x^2*y)/(x^4+y^2),[x,-1,1],[y,-1,1]);
```

(3) 描画結果 [空飛ぶジュータン2]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

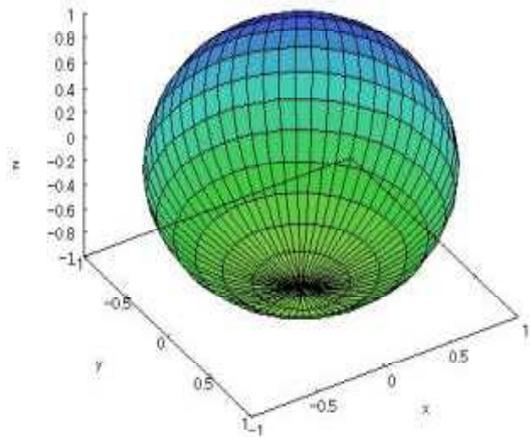
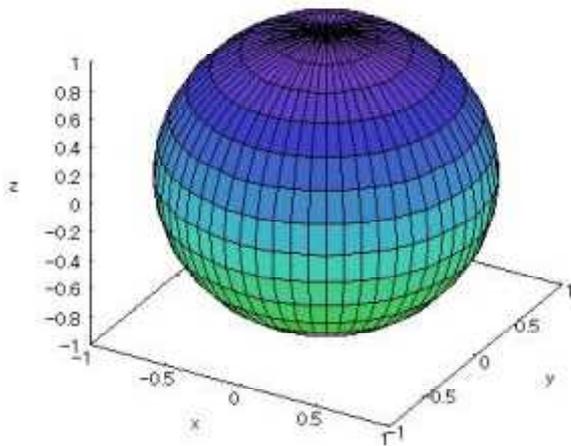
2024.7.1  
草雲

## 3-1 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= \cos s \cdot \cos t \\y &= \cos s \cdot \sin t \\z &= s \sin s\end{aligned} \quad (0 \leq s \leq 2\pi, 0 \leq t \leq \pi)$$

(2) 入力式 `plot3d([cos(s)*cos(t),cos(s)*sin(t),sin(s)],[s,0,2*%pi],[t,0,%pi]);`

(3) 描画結果 [球面]

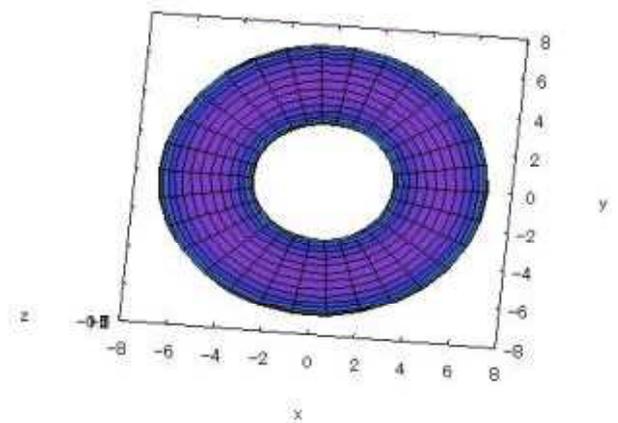
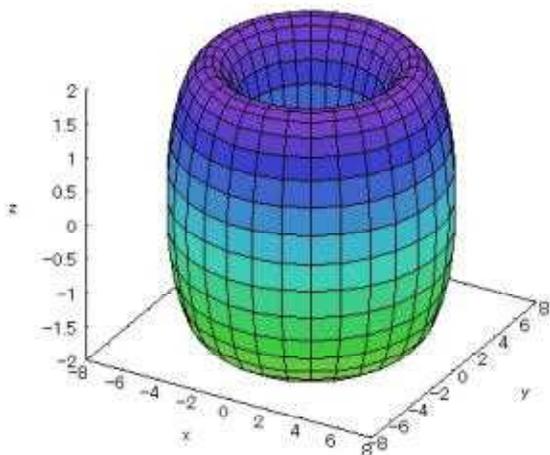


## 3-2 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= (5 + 2 \cos s) \cos t \\y &= (5 + 2 \cos s) \sin t \\z &= 2 s \sin s\end{aligned} \quad (0 \leq s \leq 2\pi, 0 \leq t \leq 2\pi)$$

(2) 入力式 `plot3d([(5+2*cos(s))*cos(t),(5+2*cos(s))*sin(t),2*sin(s)],[s,0,2*%pi],[t,0,2*%pi]);`

(3) 描画結果 [トーラス]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

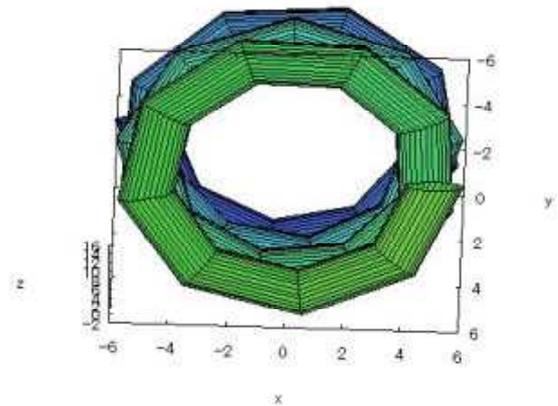
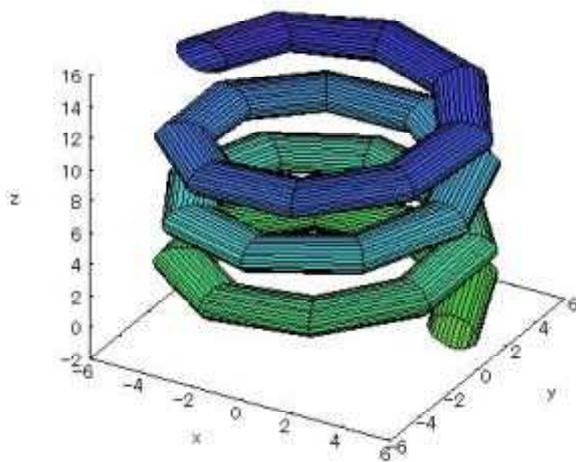
2024.7.2  
草雲

## 3-3 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= (5 + \cos s) \cos t \\y &= (5 + \cos s) \sin t \\z &= \sin s + 0.6t\end{aligned} \quad (0 \leq s \leq 2\pi, 0 \leq t \leq 7\pi)$$

(2) 入力式 
$$\text{plot3d}([(5+\cos(s))*\cos(t),(5+\cos(s))*\sin(t),\sin(s)+0.6*t],[s,0,2*\%pi],[t,0,7*\%pi]);$$

(3) 描画結果 [バネ]

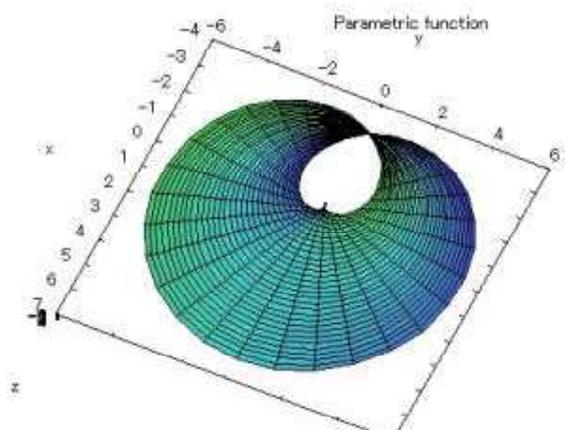
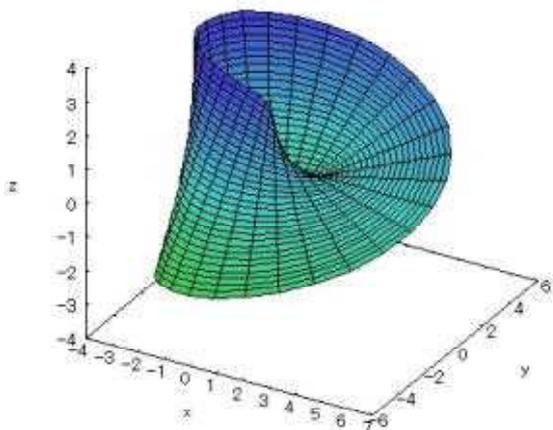


## 3-4 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= \cos s (3 + t \cos(s/2)) \\y &= \sin s (3 + t \cos(s/2)) \\z &= t \sin(s/2)\end{aligned} \quad (-\pi \leq s \leq \pi, -1 \leq t \leq 1)$$

(2) 入力式 
$$\text{plot3d}([\cos(s)*(3+t*\cos(s/2)),\sin(s)*(3+t*\cos(s/2)),t*\sin(s/2)],[s,-\%pi,\%pi],[t,-1,1]);$$

(3) 描画結果 [メビウスの帯]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.7.2  
草 雲

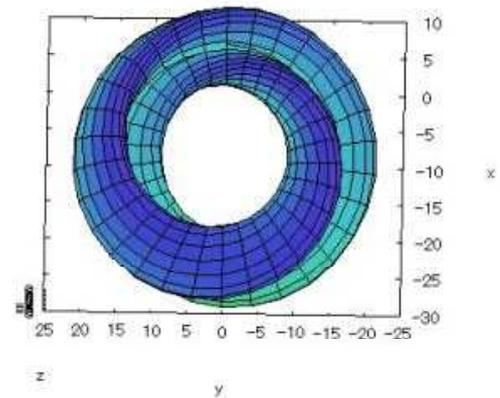
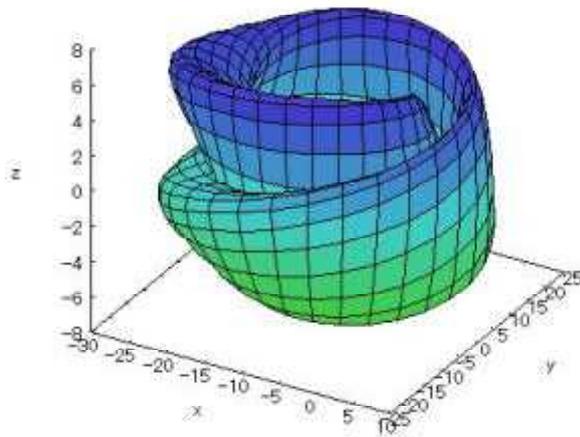
## 3-5 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= 5 \cos s (\cos(s/2) \cos t + \sin(s/2) \sin 2t + 3) - 10 \\y &= -5 \sin s (\cos(s/2) \cos t + \sin(s/2) \sin 2t + 3) \\z &= 5 (-\sin(s/2) \cos t + \cos(s/2) \sin 2t) \quad (-\pi \leq s \leq \pi, -\pi \leq t \leq \pi)\end{aligned}$$

(2) 入力式

```
plot3d([5*cos(s)*(cos(s/2)*cos(t)+sin(s/2)*sin(2*t)+3)-10,
-5*sin(s)*(cos(s/2)*cos(t)+sin(s/2)*sin(2*t)+3.0),
5*(-sin(s/2)*cos(t)+cos(s/2)*sin(2*t))],[s,-%pi,%pi],[t,-%pi,%pi]);
```

(3) 描画結果 [クラインの壺]



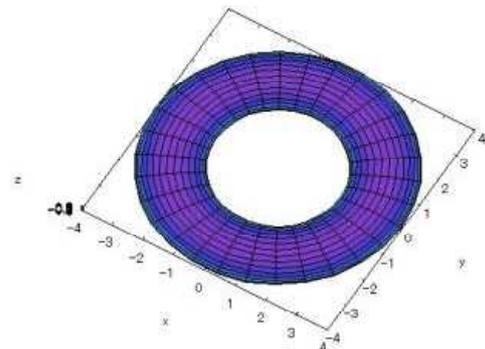
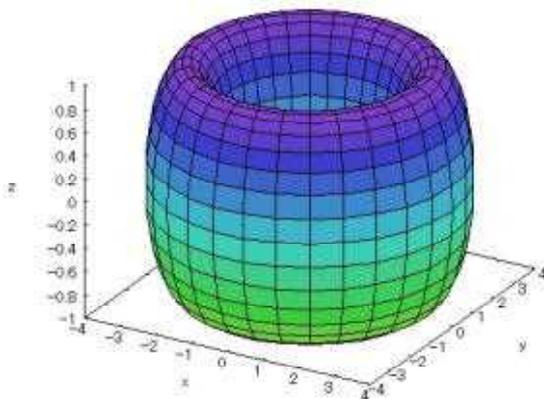
## 3-6 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= \cos s (3 + \cos t) \\y &= \sin s (3 + \cos t) \\z &= \sin t \quad (0 \leq s \leq 2\pi, 0 \leq t \leq 2\pi)\end{aligned}$$

(2) 入力式

```
plot3d([cos(s)*(3+cos(t)),sin(s)*(3+cos(t)),sin(t)],[s,0,2*%pi],[t,0,2*%pi]);
```

(3) 描画結果 [トーラス]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.7.2  
草雲

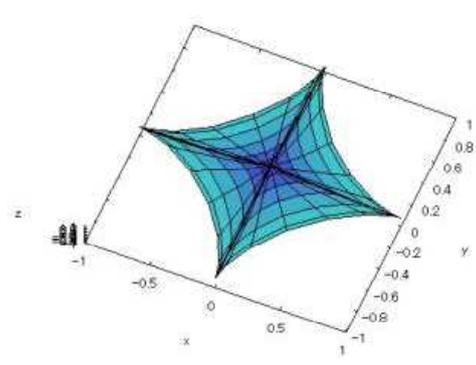
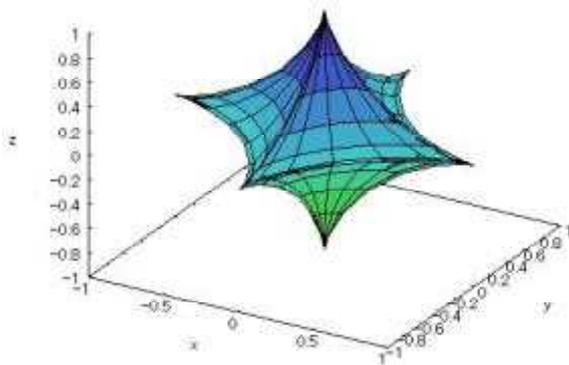
## 3-7 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= \cos^3 s \cos^3 t \\y &= \sin^3 s \cos^3 t \\z &= \sin^3 t\end{aligned} \quad (0 \leq s \leq 2\pi, 0 \leq t \leq 2\pi)$$

(2) 入力式 

```
plot3d([cos(s)^3*cos(t)^3,sin(s)^3*cos(t)^3,sin(t)^3],[s,0,2*%pi],[t,0,2*%pi]);
```

(3) 描画結果 [アステロイド的球面]



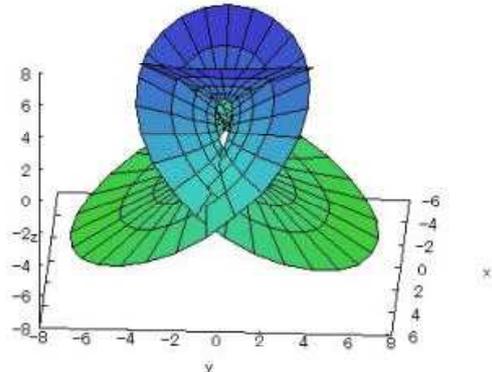
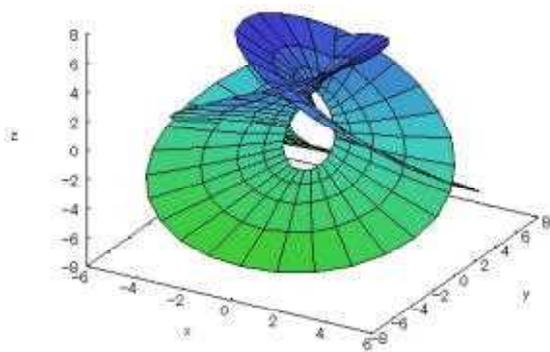
## 3-8 3次元媒介変数関数

(1) 関数式 
$$\begin{aligned}x &= 2 \sinh s \cos t - (2/3) \sinh^3 s \cos^3 t \\y &= 2 \sinh s \sin t - (2/3) \sinh^3 s \sin^3 t \\z &= 2 \cosh^2 s \cos^2 t\end{aligned} \quad (0.3 \leq s \leq 0.9, 0 \leq t \leq 2\pi)$$

(2) 入力式 

```
plot3d([2*sinh(s)*cos(t)-(2/3)*sinh(3*s)*cos(3*t),2*sinh(s)*sin(t)-(2/3)*sinh(3*s)*sin(3*t),2*cosh(2*s)*cos(2*t)],[s,0.3,0.9],[t,0,2*%pi],[grid,4,72]);
```

(3) 描画結果 [ヘンネベルグの極小曲面]



# おもしろシミュレーション(Maxima)

2024.7.2  
草 雲

## 3-9 3次元媒介変数関数

(1) 関数式

$$x = 3 \cos u + 5 \cos 3u + \frac{3(\cos u + 5 \cos 3u) \cos v}{2\sqrt{234 + 90 \cos 2u}} - \frac{3 \cos 6u (\sin u + 5 \sin 3u) \sin v}{2\sqrt{13 + 5 \cos 2u} \sqrt{22 + 5 \cos 2u + 9 \cos 12u}}$$

$$y = 3 \sin u + 5 \sin 3u + \frac{3 \cos v (\sin u + 5 \sin 3u)}{2\sqrt{234 + 90 \cos 2u}} + \frac{3(5 \cos 3u + \cos 5u + \cos 7u + 5 \cos 9u) \sin v}{4\sqrt{13 + 5 \cos 2u} \sqrt{22 + 5 \cos 2u + 9 \cos 12u}}$$

$$z = 3 \sin 6u - \frac{\sqrt{13 + 5 \cos 2u} \sin v}{2\sqrt{22 + 5 \cos 2u + 9 \cos 12u}}$$

$$(0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

(2) 入力式

```
plot3d([3*cos(u) + 5*cos(3*u) + (3*(cos(u) + 5*cos(3*u)) * cos(v)) / (2*sqrt(234 + 90*cos(2*u))) - (3*cos(6*u) * (sin(u) + 5*sin(3*u)) * sin(v)) / (2*sqrt(13 + 5*cos(2*u)) * sqrt(22 + 5*cos(2*u) + 9*cos(12*u))), 3*sin(u) + 5*sin(3*u) + (3*cos(v) * (sin(u) + 5*sin(3*u))) / (2*sqrt(234 + 90*cos(2*u))) + (3*(5*cos(3*u) + cos(5*u) + cos(7*u) + 5*cos(9*u)) * sin(v)) / (4*sqrt(13 + 5*cos(2*u)) * sqrt(22 + 5*cos(2*u) + 9*cos(12*u))), 3*sin(6*u) - (sqrt(13 + 5*cos(2*u)) * sin(v)) / (2*sqrt(22 + 5*cos(2*u) + 9*cos(12*u)))] , [u, 0, 2*%pi] , [v, 0, 2*%pi] , [grid, 80, 8]);
```

(3) 描画結果 [ひも]

