モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.6
草　雲

１　３の倍数のトランプカード

（１）実験の概要

ここにトランプが１組あります。
ジョーカー２枚を除いて、５２枚を使います。
３の倍数は、スペード、クローバ、ダイヤ、ハートに、それぞれ３と６と９と１２の４枚ずつあるので ４×４＝１６枚あります。
この５２枚のトランプから１枚を引いたとき、そのカードが３の倍数である確率を考えます。
５２枚のうち１６枚が３の倍数なので数学的には、１６／５２ になります。
しかし、実際には、１枚ずつトランプを引いては戻すことを５２回行ったら、３の倍数のカードがちょうど１６回だけ出るということはありませんね。
では、数学的に求めた理論上の確率の １６／５２ との関係はどうなっているのでしょうか。

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

【実験日】
２０２４年３月６日
【使用ＰＣ】
Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ソフトウェア】
自作ソフト
『トランプ６』
【操作方法】
手動でやる場合は、「トランプをきる」ボタンをクリックし、次に［トランプを引く］ボタンをクリックします。
自動でやる場合は、［自動 Start］ボタンをクリックし、次に［自動 Stop］ボタンをクリックします。
［グラフ表示］ボタンをクリックすると、実験回数(トランプカードを引いた総数)と３の倍数のカードを引いた割合の関係がグラフ表示されます。
［初期化］ボタンをクリックすると、実験を最初からやり直せます。
【考察】
実験１回目では、１枚ずつトランプを引いては戻すことを１０００回行いました。
３の倍数のカードを２９９回引きました。
３の倍数のカードを引いた割合は、２９９÷１０００＝０．２９９ になりました。
数学的に求めた理論上の確率は、１６÷５２＝０．３０７６９２３ です。
３の倍数のカードを引いた割合 ０．２９９ は、数学的に求めた理論上の確率 ０．３０７６９２３ と近い値になりました。
実験２回目でも、１枚ずつトランプを引いては戻すことを１０００回行いました。
３の倍数のカードを３０７回引きました。
３の倍数のカードを引いた割合は、３０７÷１０００＝０．３０７ になりました。
３の倍数のカードを引いた割合 ０．３０７ は、数学的に求めた理論上の確率 ０．３０７６９２３ と近い値になりました。
実験①及び実験②のグラフは、「トランプカードを引いた枚数」と「その時点での３の倍数のトランプカードを引いた割合」の関係をそれぞれ横軸と縦軸にとり、グラフにしたものです。トランプカードを多く引けば引くほど、３の倍数のトランプカードを引く割合は、数学的に求めた理論上の確率 １６／５２（０．３０７６９２３）に近づいていくことが分かります。

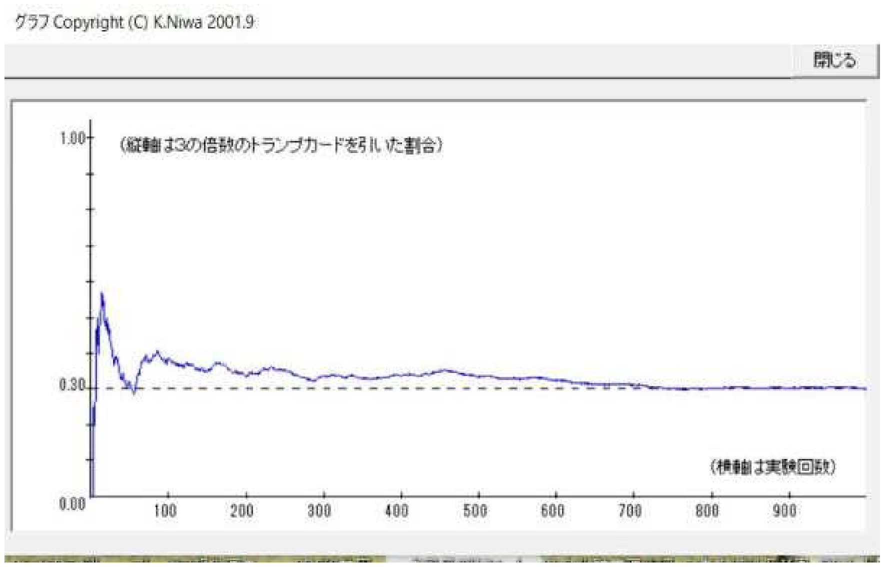
モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.6
草　雲

１　３の倍数のトランプカード

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

①　実験１回目



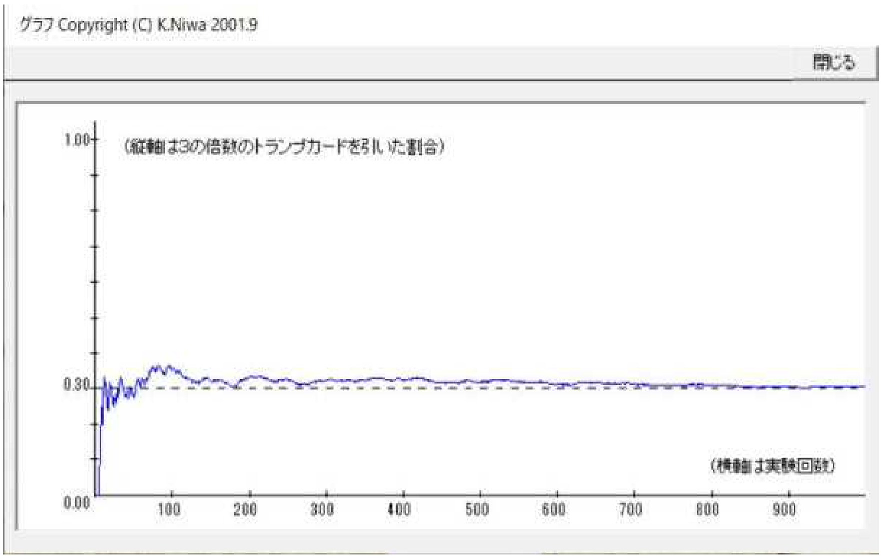
モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.6
草　雲

１　３の倍数のトランプカード

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

②　実験２回目



モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.8
草　雲

２　２個のコイントス

（１）実験の概要

　２個のコインを同時に投げて、その表裏の出方を考えてみましょう。
　この２個のコインをそれぞれコイン１・コイン２とすると、その出方は、
　表・表、表・裏、裏・表、裏・裏の４通りあります。
　この４つの場合の起こる確率は、数学的には、それぞれ１／４になります。
　しかし、実際には、２個のコインを同時に４回投げたとき、表・表、表・裏、裏・表、裏・裏がそれぞれ１回ずつ起こるとは限りませんね。
　では、数学的に求めた理論上の確率の１／４との関係はどうなっているのでしょうか。

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年３月８日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ソフトウェア】
　自作ソフト
　『２個のコイントス６』
【操作方法】
「実験開始」ボタンをクリックすると、実験を開始します。
「実験停止」ボタンをクリックすると、実験を停止します。
［グラフ表示］ボタンをクリックすると、実験回数と表・表、表・裏、裏・表、裏・裏それぞれの出た割合との関係がグラフ表示されます。
［初期化］ボタンをクリックすると、実験を最初からやり直せます。
　コインを投げる早さをゆっくりしたり、速くしたりできます。
　早さに１以上の整数を半角で入力してください。
　数字が大きいほど早さがゆっくりになります。１０００が１秒を表します。
【考察】
　実験①では、コイン１とコイン２を同時に投げることを３８０３回行いました。
　コイン１もコイン２も表が出たのは９１０回、コイン１が表でコイン２が裏の場合は９３３回、コイン１が裏でコイン２が表の場合は１０００回、コイン１もコイン２も裏が出たのは９６０回でした。
　また、コイン１もコイン２も表が出た割合は０．２３９、コイン１が表でコイン２が裏の割合は０．２４５、コイン１が裏でコイン２が表の割合は０．２６３、コイン１もコイン２も裏が出た割合は０．２５２でした。
　実験②では、コイン１とコイン２を同時に投げることを３９１３回行いました。
　コイン１もコイン２も表が出たのは１０００回、コイン１が表でコイン２が裏の場合は９８３回、コイン１が裏でコイン２が表の場合は９５１回、コイン１もコイン２も裏が出たのは９７９回でした。
　また、コイン１もコイン２も表が出た割合は０．２５６、コイン１が表でコイン２が裏の割合は０．２５１、コイン１が裏でコイン２が表の割合は０．２４３、コイン１もコイン２も裏が出た割合は０．２５０でした。
　グラフより、コイン１とコイン２を同時に投げるとき、表・表、表・裏、裏・表、裏・裏が出る割合は、投げる数を多くすると１／４ (0.25) に近づくことが分かります。

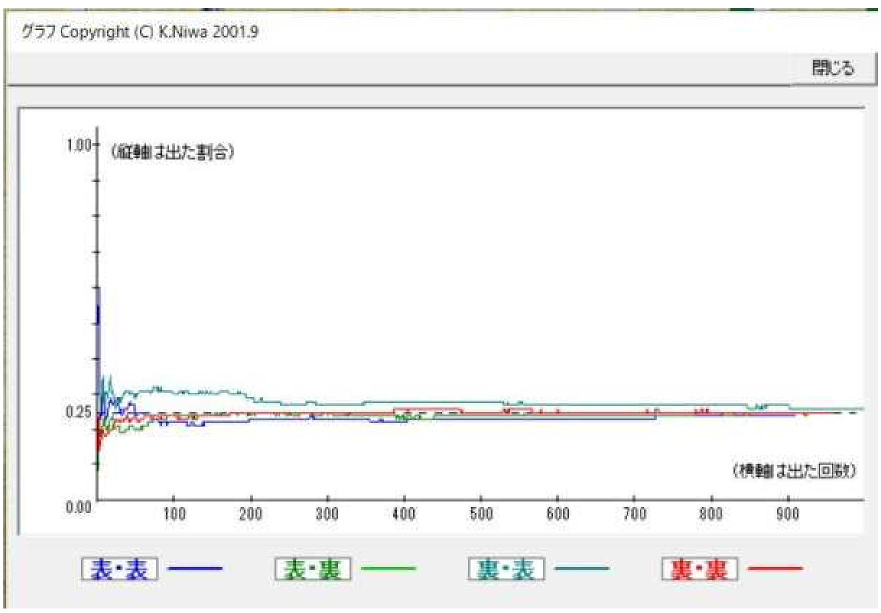
モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.8
草　雲

２　２個のコイントス

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

実験①



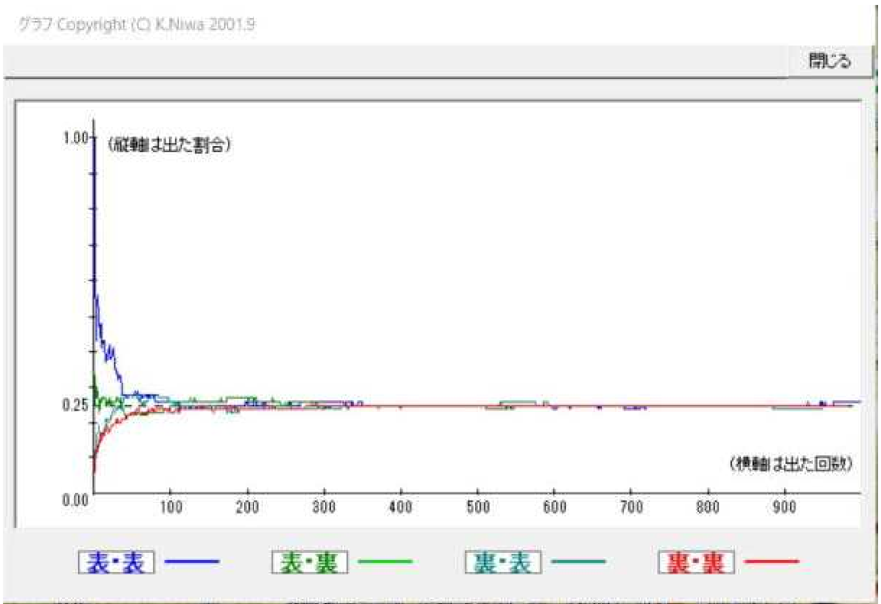
モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.8
草　雲

２　２個のコイントス

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

実験②



モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.10
草　雲

３　３人のじゃんけん

（１）実験の概要

　Ａ君、Ｂ君、Ｃ君の３人がじゃんけんを１回します。あいこになるのは、Ａ君・Ｂ君・Ｃ君の順に、グー・グー・グー、チョキ・チョキ・チョキ、パー・パー・パー、グー・チョキ・パー、グー・パー・チョキ、チョキ・パー・グー、チョキ・グー・パー、パー・グー・チョキ、パー・チョキ・グーの９通りあります。Ａ君が一人だけ勝つのは、Ａ君・Ｂ君・Ｃ君の順に、グー・チョキ・チョキ、チョキ・パー・パー、パー・グー・グーの３通りあります。Ｂ君、Ｃ君も同様に、一人だけ勝つのは３通りずつあります。Ａ君が一人だけ負けるのは、Ａ君・Ｂ君・Ｃ君の順に グー・パー・パー、チョキ・グー・グー、パー・チョキ・チョキの３通りあります。Ｂ君、Ｃ君も同様に、一人だけ負けるのは３通りずつあります。

　つまり、３人がじゃんけんを１回するとき、全部で２７通りの出し方になります。例えば、あいこになるのは、９通りなのでその数学的な確率は９／２７、約分して１／３(0.333)になります。 しかし、実際には、３人がじゃんけんを３回行ったら、あいこがちょうど１回だけであるということはありませんね。では、数学的に求めた理論上のあいこになる確率の１／３との関係はどうなっているのでしょうか。

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

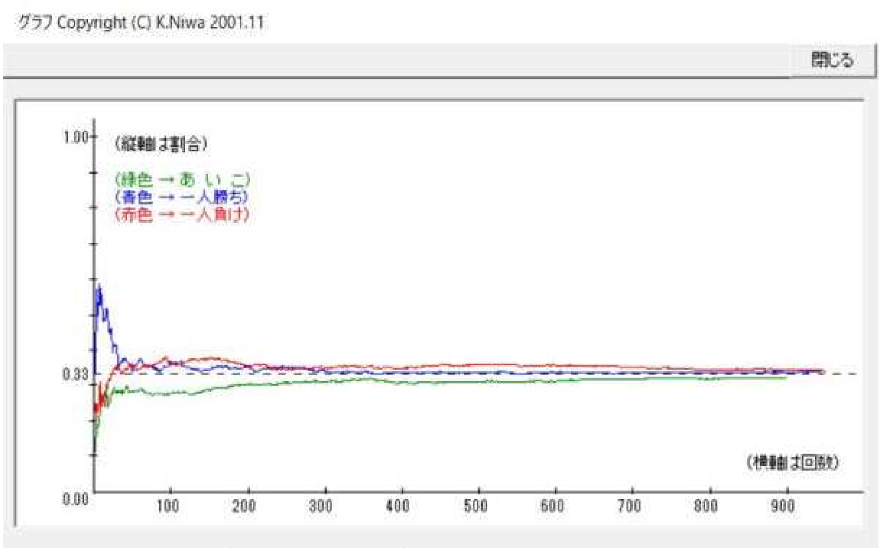
【実験日】
　２０２４年３月１０日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ソフトウェア】
　自作ソフト
　　『じゃんけん６』
【操作方法】
　手動でやる場合は、「ジャンケン」ボタンをクリックし、次に［ポン］ボタンをクリックします。
　自動でやる場合は、「自動開始」ボタンをクリックし、次に［自動停止］ボタンをクリックします。
［グラフ表示］ボタンをクリックすると、あいこになる割合、一人だけ勝つ割合、一人だけ負ける割合のグラフがそれぞれ表示されます。
［初期化］ボタンをクリックすると、実験を最初からやり直せます。
【考察】
　実験では、Ａ君、Ｂ君、Ｃ君の３人が２７９７回じゃんけんを行いました。あいこになったのは９００回でその割合は０．３２２でした。一人だけ勝ったのは９４６回でその割合は０．３３８でした。一人だけ負けたのは９５１回でその割合は０．３４０でした。あいこになる数学的確率は９／２７(0.333)、一人だけ勝つ数学的確率は９／２７(0.333)、一人だけ負ける数学的確率は９／２７(0.333)です。実験結果のグラフから、３人がじゃんけんを多くすると、あいこであった割合、一人だけ勝った割合、一人だけ負けた割合が、それぞれ、０．３３に近づいていっていることが分かります。

モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.10
草　雲

３　３人のじゃんけん

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）



モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.12
草　雲

４　積が奇数の２個のさいころ

（１）実験の概要

　大小２個のさいころを同時に投げた時の目の出方を考えます。２個のさいころをそれぞれ、さいころ大・さいころ小とすると、その目の出方は順に、１・１、１・２、１・３、１・４、１・５、１・６、２・１、２・２、２・３、２・４、２・５、２・６、３・１、３・２、３・３、３・４、３・５、３・６、４・１、４・２、４・３、４・４、４・５、４・６、５・１、５・２、５・３、５・４、５・５、５・６、６・１、６・２、６・３、６・４、６・５、６・６の３６通りあります。

　また、大小２個のさいころの目の積が奇数になるのは、１・１、１・３、１・５、３・１、３・３、３・５、５・１、５・３、５・５の９通りです。

　よって、大小２個のさいころの目の積が奇数になる確率は、数学的には、９／３６、約分して１／４(0.25)になります。

　しかし、実際には、２個のさいころを同時に投げることを４回行ったら、目の積が奇数になることが１回だけ起こるとは限りませんね。

　では、数学的に求めた理論上の確率の１／４との関係はどうなっているのでしょうか。

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年３月１２日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ソフトウェア】
　自作ソフト
　『積が奇数の２個のサイコロ６』
【操作方法】
　手動で実験する場合は、［さいころ投げる］ボタンをクリックし、次に［さいころ止まる］ボタンをクリックします。
　自動で実験する場合は、「自動」ボタンをクリックし、次に［停止］ボタンをクリックします。
［グラフ表示］ボタンをクリックすると、実験回数と目の積が奇数になる割合との関係がグラフで表示されます。
［初期化］ボタンをクリックすると、実験を最初からやり直せます。
【考察】
　実験では、大小２個のさいころを同時に投げることを１０００回行いました。
　積が奇数の場合は、さいころ大・さいころ小の順に、１・１が 33 回、１・３が 30 回、１・５が 25 回、３・１が 18 回、３・３が 26 回、３・５が 46 回、５・１が 30 回、５・３が 24 回、５・５が 24 回で、合計 256 回でした。目の積が奇数になった割合は、０．２５６でした。
　積が奇数になる数学的確率は９／３６(0.25)です。実験結果のグラフから、大小２個のさいころを同時に投げることを多く行うと、目の積が奇数になる割合が、０．２５に近づいていっていることが分かります。

モデル化とシミュレーションⅢ

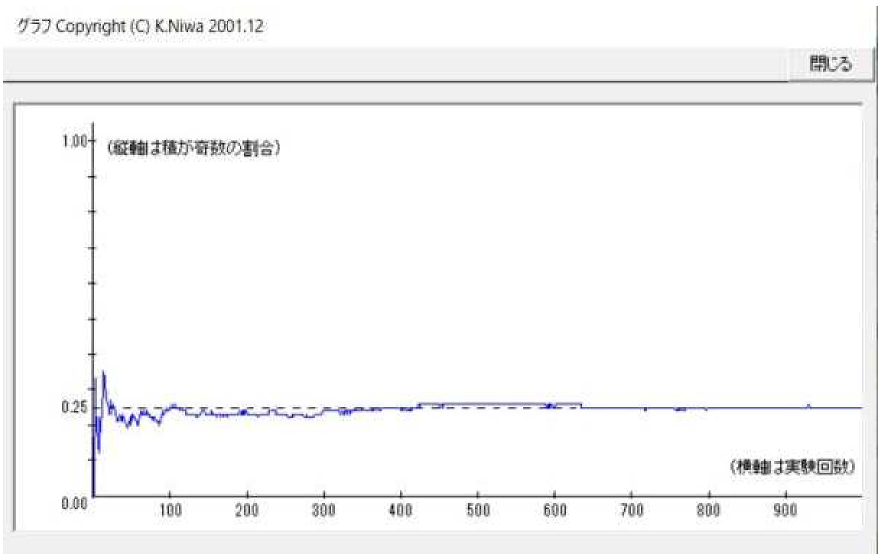
2024.3.12
草　雲

４　積が奇数の２個のさいころ

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	33	29	30	19	25	31
2	27	40	26	12	28	34
3	18	24	26	22	46	31
4	37	33	16	10	32	44
5	30	32	24	19	24	36
6	38	21	18	18	28	39

実　験　回　数	1000
積が奇数の回数	256
積が奇数の割合	0.256



モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.13
草　雲

５　コラッツの問題

（１）実験の概要

　どんな自然数でも良いので、その数が偶数ならば２で割り、奇数ならば３倍して１を加えることを繰り返します。
　そうすると、どんな自然数から始めても、必ず１になるというのはほんとうなのでしょうか。
　例えば、１１から始めると、１１→３４→１７→５２→２６→１３→４０→２０→１０→５→１６→８→４→２→１　となります。
　この問題は有名な難問で、未だ解けていません。
　また、コンピュータを使って、非常に大きな数（４兆）まで調べられていますが、１にならない例は発見されていません。
　パソコンを用いて、簡単な実験をしてみました。

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年３月１３日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ソフトウェア】
　自作ソフト
　『３ｘ＋１の問題６』
【操作方法】
　［実験］ボタンをクリックします。
　３以上１０００００００以下の自然数を半角で入力します。
　「ＯＫ」ボタンをクリックします。
　入力した自然数から始めて、その数が偶数ならば２で割り、奇数ならば３倍して１を加えることを繰り返した様子が表示されます。
　［初期化］ボタンをクリックすると、実験を最初からやり直せます。
【考察】
　実験１回目は１７から始めました。１７→５２→２６→１３→４０→２０→１０→５→１６→８→４→２→１　となりました。
　実験２回目は１１１から始めました。３３４→１６７→５０２→２５１→７５４→３７７→１１３２→５６６→２８３→８５０→４２５→１２７６→６３８→３１９→９５８→４７９→１４３８→７１９→２１５８→１０７９→３２３８→１６１９→４８５８→２４２９→７２８８→３６４４→１８２２→９１１→２７３４→１３６７→４１０２→２０５１→６１５４→３０７７→９２３２→４６１６→２３０８→１１５４→５７７→１７３２→８６６→４３３→１３００→６５０→３２５→９７６→４８８→２４４→１２２→６１→１８４→９２→４６→２３→７０→３５→１０６→５３→１６０→８０→４０→２０→１０→５→１６→８→４→２→１　となりました。
　実験３回目は１１１１１から始めました。１１１１１→・・・→５２→２６→１３→４０→２０→１０→５→１６→８→４→２→１　となりました。
　実験４回目は１７１７１７１から始めました。１７１７１７１→・・・→５２→２６→１３→４０→２０→１０→５→１６→８→４→２→１　となりました。
　実験５回目は９９９９９９９から始めました。９９９９９９９→・・・→５２→２６→１３→４０→２０→１０→５→１６→８→４→２→１　となりました。

モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.13
草　雲

５　コラッツの問題

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

①　実験１回目

②　実験２回目

モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.13
草　雲

５　コラッツの問題

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

③ 実験３回目

④ 実験４回目

モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.13
草　雲

５　コラッツの問題

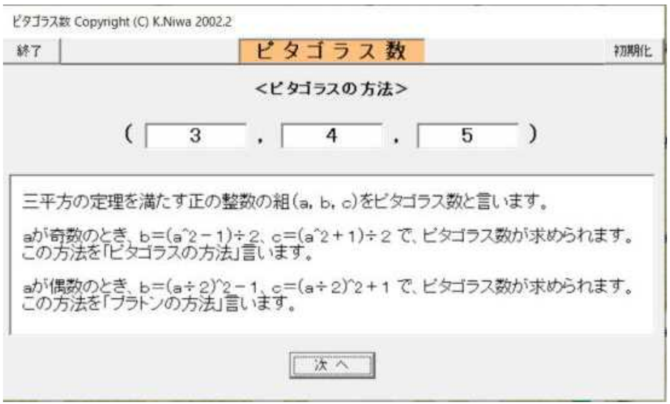
（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

⑤ 実験５回目

モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.17
草　雲

６　ピタゴラス数



（１）実験の概要

三平方の定理を満たす正の整数の組の（ａ，ｂ，ｃ）をピタゴラス数と言います。

三平方の定理を満たすとは、

$a^2 + b^2 = c^2$ を満たすことです。

ａが奇数のとき、

$b = (a^2 - 1) \div 2$

$c = (a^2 + 1) \div 2$

でピタゴラス数が求められます。

この方法を「ピタゴラスの方法」とと言います。

ａが偶数のとき、

$b = (a \div 2)^2 - 1$

$c = (a \div 2)^2 + 1$

この方法を「プラトンの方法」と言います。

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

【実験日】
２０２４年３月１７日

【使用ＰＣ】
Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ

【使用ソフトウェア】
自作ソフト
『ピタゴラス数６』

【操作方法】
［次へ］ボタンをクリックすると、整数ａの値が１ずつ増加し、そのときの整数ｂと整数ｃの値も表示されます。（このとき、ａ、ｂ、ｃは、三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を満たしています。）

［初期化］ボタンをクリックすると、実験をａ＝３のときからやり直せます。

【考察】
実験１回目は、ａ＝１０２です。ａ＝１０２は偶数なので、プラトンの方法を利用します。

$b = (a \div 2)^2 - 1 = (102 \div 2)^2 - 1 = 2600$

$c = (a \div 2)^2 + 1 = (102 \div 2)^2 + 1 = 2602$

$a^2 = 10404$

$b^2 = 6760000$

$c^2 = 6770404$

$a^2 + b^2 = c^2$ を満たしています。

実験２回目は、ａ＝１０３です。ａ＝１０３は奇数なので、ピタゴラスの方法を利用します。

$b = (a^2 - 1) \div 2 = (103^2 - 1) \div 2 = 5304$

$c = (a^2 + 1) \div 2 = (103^2 + 1) \div 2 = 5305$

$a^2 = 10609$

$b^2 = 28132416$

$c^2 = 28143025$

$a^2 + b^2 = c^2$ を満たしています。

実験３回目はプラトンの方法を、実験４回目はピタゴラスの方法をそれぞれ利用しています。
どちらの場合も、三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を満たしています。

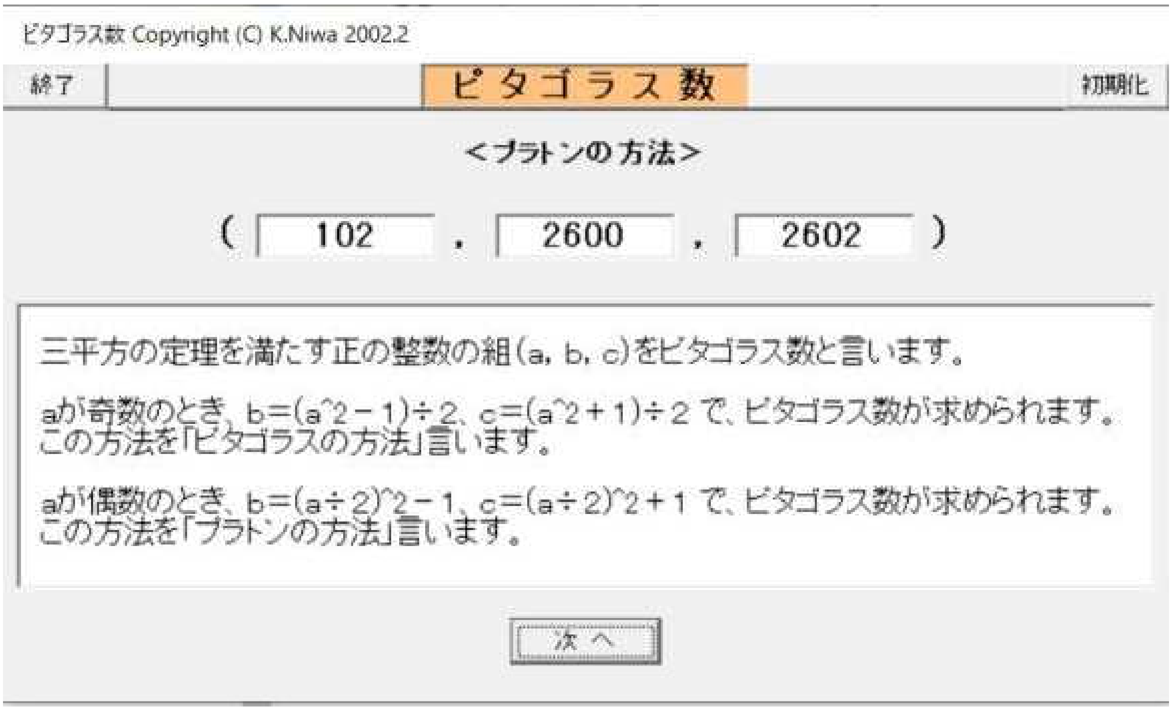
モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.17
草　雲

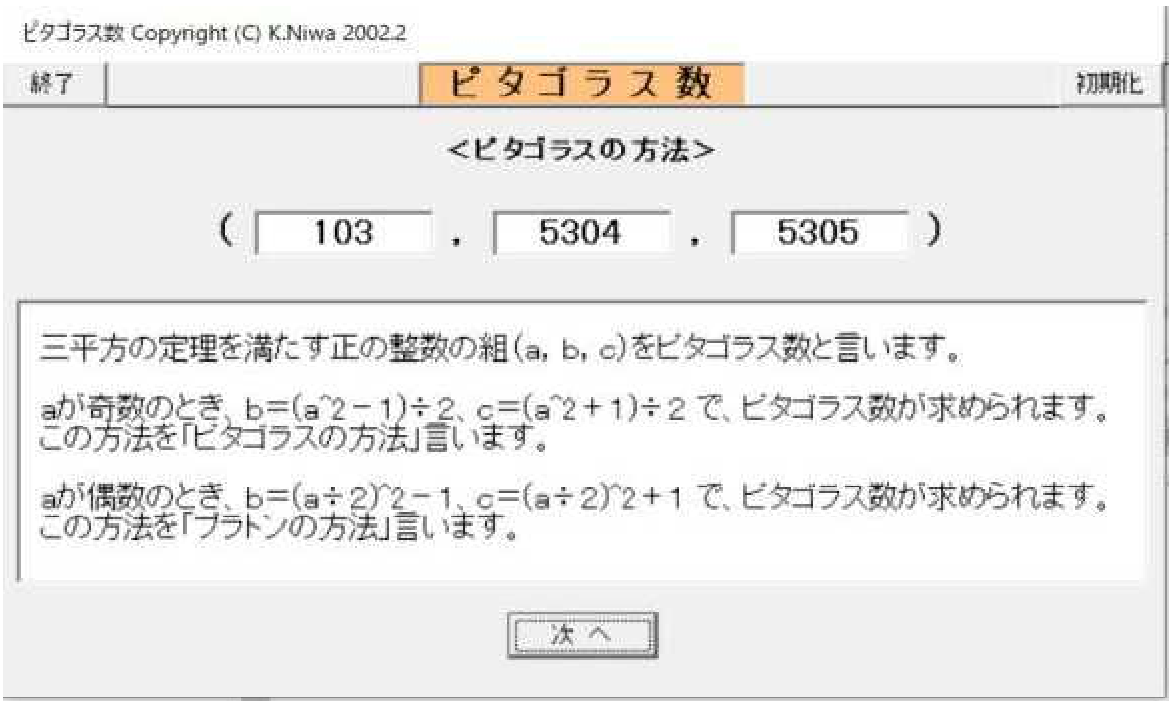
６　ピタゴラス数

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

①　実験１回目



②　実験２回目



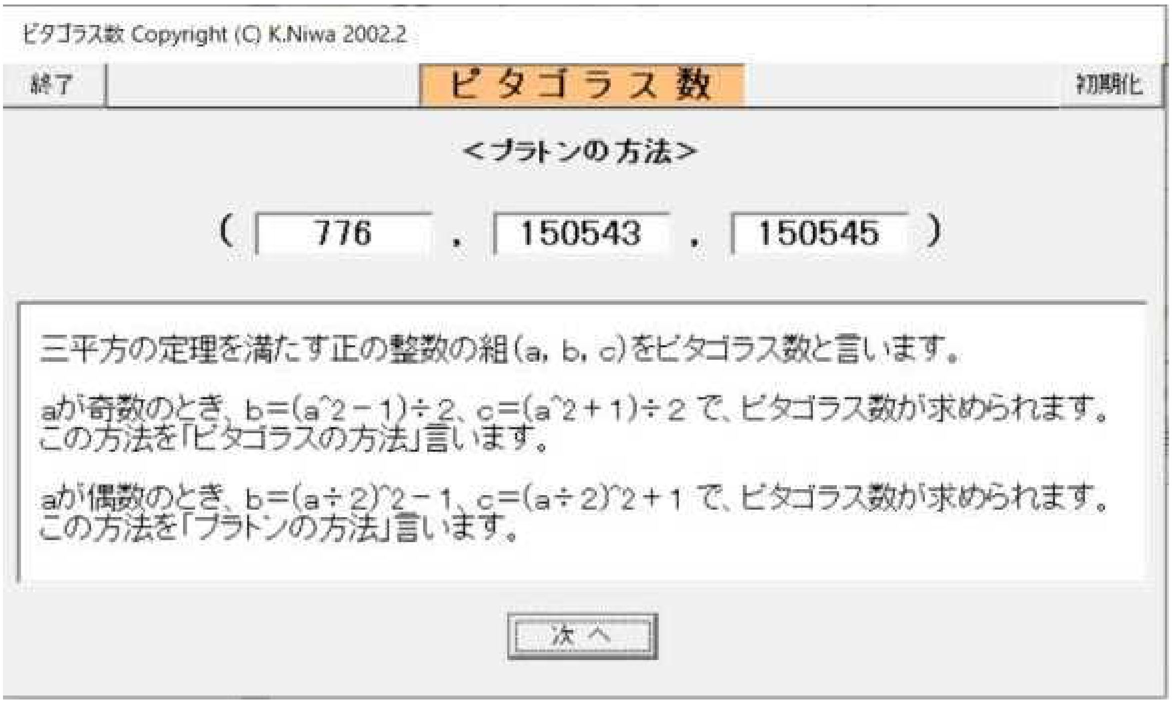
モデル化とシミュレーションⅢ

2024.3.17
草　雲

６　ピタゴラス数

（２）実験結果（**ＶＢ版**シミュレーション）

③ 実験３回目



④ 実験４回目